

## ゼミ用レジュメ例

担当 長井 秀友

2014年2月某日

### 1 式

$$\lim_{\epsilon \rightarrow +0} \epsilon \log(e^{A/\epsilon} + e^{B/\epsilon}) = \max(A, B) \quad (1)$$

(1) を用いて、次の式を超離散化する.

$$x_{n+1} = \frac{1 + x_n}{x_{n-1}}$$

ただし  $x_0, x_1$  は正とする.

変数変換  $x_n = e^{X_n/\epsilon}$  とする.

$$e^{X_{n+1}/\epsilon} = \frac{1 + e^{X_n/\epsilon}}{e^{X_{n-1}/\epsilon}}$$

両辺に  $\epsilon \log$  をつける.

$$\begin{aligned} X_{n+1} &= \epsilon \log \frac{1 + e^{X_n/\epsilon}}{e^{X_{n-1}/\epsilon}} \\ &= \epsilon \log(1 + e^{X_n/\epsilon}) - \epsilon \log(e^{X_{n-1}/\epsilon}) \\ &= \epsilon \log(1 + e^{X_n/\epsilon}) - X_{n-1} \end{aligned}$$

ここで (1) より  $\epsilon \rightarrow +0$  とすると最後の式は

$$\max(0, X_n) - X_{n-1}$$

となる. 以上から

$$X_{n+1} = \max(0, X_n) - X_{n-1}$$

を得る.